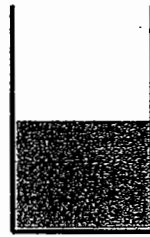


(共 8 題，請盡量回答)

1. (12%) 請回答下面問題。
  - (a) 何謂折射率?請給予明確定義。
  - (b) 折射率的大小受那些因素影響?
  - (c) 設計一簡單實驗測量水的折射率，並說明其原理。
  - (d) 舉例說明折射率的實際用途。
  
2. (10%) 下列容器各裝有液體，在沒有任何量測工具的情形下，你如何判斷裡面的液體是否超過該容器容積的一半?
  - (a) 一瓶有瓶蓋的礦泉水。
  - (b) 一罐已除去罐蓋的果汁，罐子為圓筒形。



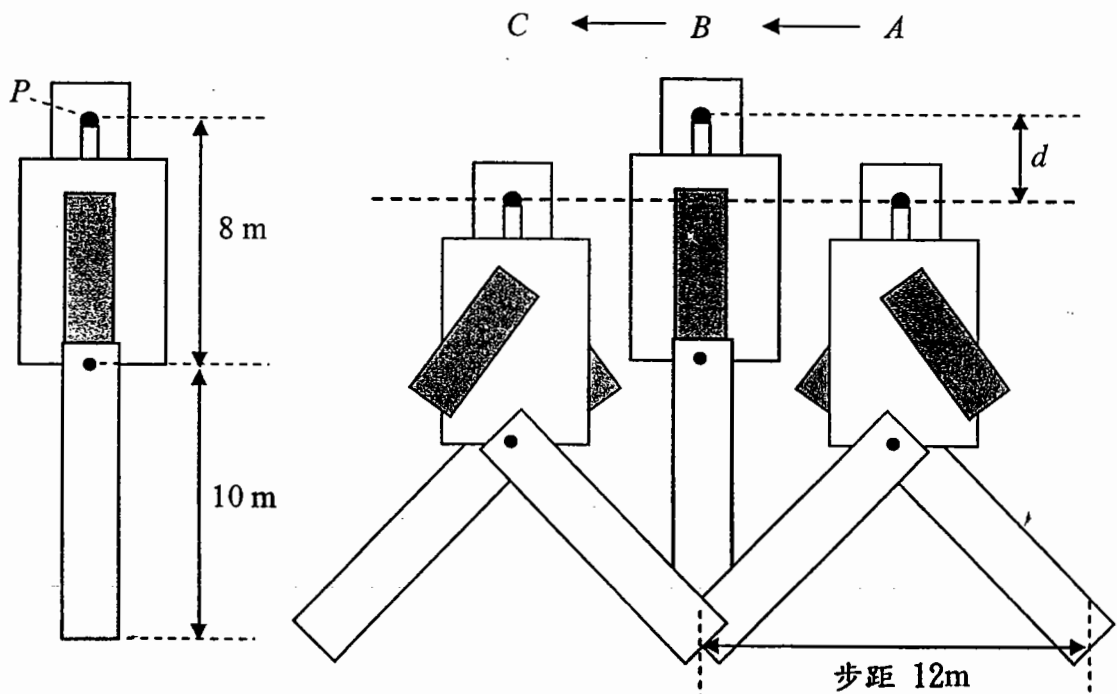
(a)



(b)

3. (15%) 柳丁一堆，分裝成若干袋。請問分別能滿足下列條件之柳丁最少為幾個?
  - (a) 若每 17 個裝一袋，則剩餘 9 個；若每 13 個裝一袋，則剩餘 5 個。
  - (b) 若每 17 個裝一袋，則剩餘 15 個；若每 13 個裝一袋，則剩餘 2 個。
  - (c) 若每 17 個裝一袋，則剩餘 7 個；若每 13 個裝一袋，則剩餘 5 個。
  - (d) 若每 17 個裝一袋，則剩餘 7 個；若每 13 個裝一袋，則剩餘 5 個；若每 11 個裝一袋，則剩餘 4 個。
  
4. (10%) 用相同的正方形可圍成正幾面體?用相同的正五邊形可圍成正幾面體?用相同的正六邊形可圍成正幾面體?(定義:正多面體的表面，每一個面的形狀與大小都是相同的。)

5. (15%) 一張正方形的紙，其邊長為  $L$ 。在其上剪出一最大的正三角形，請問此正三角形面積是多少？(答案用根號表示即可。)
6. (12%) 日本卡通中經常會出現男主角操控巨大機器人和怪獸對打的場面。圖 6a 是巨大機器人的示意圖， $P$  點代表機器人操控員的位置，機器人身高為  $18\text{m}$  (一般人身高的 10 倍)，腿長為  $10\text{m}$ 。假設機器人前進時上身保持垂直，兩腿打直 (如圖 6b 所示)。前進一步的步距為  $12\text{m}$ 。機器人跨步時會經過圖 6b 所示 A, B, C 三個階段，由 A 到 B，操控員 ( $P$  點) 和地面的距離會上升  $d$ ，由 B 到 C 則下降  $d$ 。
- 請估算  $d$ 。
  - 當機器人以時速 54 公里慢步前進，每秒需走幾步？
  - 接續(b)，求出機器人慢步前進時走一步所需的時間  $T$  (即圖 6b 中由 A 到 C 的時間為  $T$ )。如果在這個過程中，垂直地面的運動可視為等加速運動，請問機器人操控員承受的加速度為多少？
  - 一般人在沒有特殊裝備下，無法忍受  $4g$  以上的加速度 ( $g$  代表重力加速度， $g \approx 10\text{m/sec}$ )。由此估算一般人可以操控機器人以時速 160 公里快步前進嗎？(假設機器人行進的姿態、步距不隨前進的速度改變)



(圖 6a)

(圖 6b)

7. 在哈利波特故事的國王十字火車站 (King's Cross Station)，在火車軌道的盡頭，我們可以看到如圖 7 所示的緩衝裝置。假設緩衝塊質量為 2000 kg，連接到一個彈性係數為 1000 kN/m 的彈簧，而這個緩衝塊與地面的靜、動摩擦係數皆為 1.0；當一輛質量為 4000 kg 的火車以  $v_1 = 15 \text{ m/s}$  的速度撞擊這個緩衝塊，撞擊之後火車與緩衝塊在水平方向以相同速度運動，但垂直方向並未結合在一起(亦即兩者之間並沒有垂直方向的作用力)，假設火車的車輪與地面沒有摩擦。試問

- (a) 撞擊前後，系統總能量的變化為多少? (6%)  
 (b) 彈簧的最大壓縮量為何? (5%)  
 (c) 在彈簧達到最大壓縮之後，會將火車再反推出去，假設火車與緩衝塊還是以相同速度運動，那麼彈簧所能達到的最大伸長量為何? (5%)

※假設重力加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

※請說明所採用的理論，在(b)、(c)中請列出方程式，其近似解可以被接受。

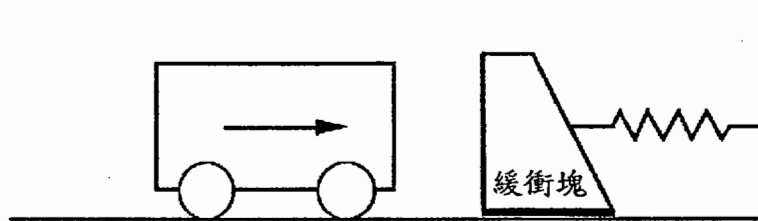


圖 7

8. (10%) 一個函數  $f(x)$  被稱之為奇函數(odd function) 如果  $f(x) = -f(-x)$ ；或被稱之為偶函數(even function) 如果  $f(x) = f(-x)$ 。假設  $y(x) = x \sin x$ ， $z(x) = x \cos x$ ，畫出在  $-\pi \leq x \leq \pi$  的範圍之  $x, y$  以及  $x, z$  曲線圖(標出重要刻度的示意圖即可)，並且判斷  $y$  和  $z$  是否為奇函數或偶函數。